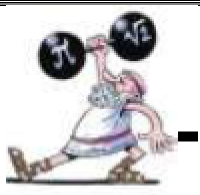
Prof : ELHOUICHET	Devoir de contrôle N°1	Mathématiques
Lycée F.B.Monastir		A-N : 2011-2012



EXERCICE N°1

Cocher la réponse exacte :

1) La forme algébrique du nombre complexe $(1+i)^2(2-3i)$ est :

a/ 6 - 4i   b/ 6+4i   c/-6 - 4i.

2) La forme exponentielle du nombre complexe : $-2(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$

a/ $2e^{-i\frac{\pi}{12}}$ b/ $2e^{i\frac{\pi}{12}}$ c/ $2e^{-i\frac{\pi}{12}}$

3) Soit f une fonction vérifiant pour tout $x > 1$; $f(x) > 1 + x$ alors :

a/ f n'admet pas une limite en $+\infty$

b/ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

c/ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

EXERCICE N°2

le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(o, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 0,5 cm

Soit les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = 8$, $z_B = 8i$, $z_C = 8\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Et $z_D = 8i\,e^{\frac{i2\pi}{3}}$

1) Ecrire Z_C et z_D sous forme exponentielle.

2) Montrer que les points A, B, C et D sont situés sur le même cercle de centre O dont on Précisera le rayon.

3) Tracer le cercle ζ et placer les points A, B, C et D.

4) a) on note Z_1 et Z_2 les affixes respectives des vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD}$. Montrer que $Z_2 = Z_1\sqrt{3}$

b) on note Z_3 et Z_4 les affixes respectives des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. Calculer $|Z_3|$ et $|Z_4|$.

c) Montrer que le quadrilatère ABCD est un trapèze isocèle.

EXERCICE N°3

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

Soient $z_A = -2i$, $z_B = -i$, $z_C = i$, $M(z)$ et $M'(z')$ tel que $z' = \frac{iz-2}{z+i}$ $(z \neq -i)$

1) Montrer que z' est imaginaire $\Leftrightarrow z+\bar{z}=0$**.**

2) En déduire l'ensemble Δ **des points M tel que z' soit imaginaire**

3) a)Montrer que $|z'|=\dfrac{AM}{BM}$ **.**

b) En déduire l'ensemble du point M' lorsque M décrit la médiatrice de [AB]

4) a)Calculer $(z+i).(z'-i)$ **Interpréter géométriquement** $|(z+i)|\times|(z'-i)|$

b) Déterminer l'ensemble ζ' **des points M' lorsque M décrit le cercle** $\zeta_{(B,2)}$

<u>EXERCICE N°4</u>

1**) Soit la fonction f définie sur]-** $\infty, 0[$ **par f(x) = 1 +** x^3 **+ x sin(**$\frac{1}{x}$**)**

a) Montrer que pour tout x $\in$ **]-** $\infty, 0[$ **,1 + x(**x^2 **+1) ≤ f(x) ≤ 1 + x(**x^2 **– 1)**

b) Déterminer les limites de f en - ∞ **et à gauche en 0.**

2) Soit g la fonction définie sur IR par :

g(x) = $\begin{cases} f(x) si\ x<0 \\ \sqrt{1+x^2}-2x\ si\ x\geq 0 \end{cases}$ **et (C) sa courbe dans un repère (O,**$\vec{i}$**,**$\vec{j}$ **)**

a) Montrer que g est continue en 0.

b) Montrer que $\lim_{x\to-\infty}\frac{g(x)}{x}$ **= +** ∞**. Interpréter graphiquement ce résultat.**

c)Déterminer $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ **et** $\lim_{x\to+\infty}(g(x)+x)$ **. Interpréter graphiquement ce résultat.**

3) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution $\alpha\in\,]\frac{1}{2},1[$**.**

4) Calculer $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} g(tanx)$